ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 62-50 DOI 10.12737/16056

Структурный синтез терминальных управлений с использованием энергии ускорений *

А. А. Костоглотов[1], С. В. Лазаренко[2], А. А. Кузнецов[3], В. А. Лосев[4] **
[1, 2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3] Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, г. Воронеж, Российская Федерация
[4] Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал ДГТУ), г. Шахты, Российская Федерация

Structural synthesis of terminal control using acceleration energy ***

A. A. Kostoglotov[1], S. V. Lazarenko[2], A. A. Kuznetsov[3], V. A. Losev[4] **
[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[3] Zhukovsky – Gagarin Air Force Academy, Voronezh, Russian Federation
[4] Institute of Service and Business (DSTU branch), Shakhty, Russian Federation

Учет физических особенностей системы в виде ее инвариантов позволяет продвинуться в решении проблемы структурного синтеза терминальных управлений. Это достигается за счет использования энергии ускорений при формировании расширенного целевого функционала, что определяет отличия полученного результата от известных. Применение аппарата асинхронного варьирования привело к установлению необходимого и достаточного условия минимума целевого функционала. На его основе получены уравнения краевой задачи для Аппелевых динамических систем. Их конечный вид определяется целью синтеза. Развертывание этих уравнений целесообразно производить для конкретных случаев. Достоверность полученных результатов подтверждается результатами решения задачи терминального управления. Для линейных систем предлагаемый метод позволяет получить точное аналитическое решение. Синтезированное управление обеспечивает безударный режим изменения состояния динамической системы.

Ключевые слова: асинхронное варьирование, структурный синтез, терминальное управление, уравнения Аппеля, энергия ускорений.

Considerations of the system physical features in the form of its invariants allow advancing in the solution of the problem of terminal control structural synthesis. It is achieved by using the acceleration energy when forming an extended objective functional that determines the difference of the obtained result from the known ones. The application of the device of asynchronous variation has led to the establishment of the necessary and sufficient conditions for a minimum target functional. On its basis, the boundary-value problem equations for Appell dynamic systems are obtained. Their final form is determined by the synthesis purpose. The development of these equations should be performed for specific cases. The validity of the results obtained is confirmed by the results of the terminal control problem solution. For linear systems, the offered method allows obtaining the exact analytical solution. The synthesized control provides the nonimpact change mode of the dynamic system condition.

Keywords: asynchronous variation, structural synthesis, terminal control, Appell equations, acceleration energy.

Введение. Проблема структурного синтеза заключается в нахождении закона управления [1]. В настоящее время все больше внимания уделяется вопросам управления системой с заданным терминальным состоянием. Это обусловлено необходимостью решения таких актуальных задач, как прицельное торможение, разгон транспортных средств, наведение систем вооружения, летательных аппаратов, стыковка космических аппаратов, управление манипуляторами, демпфирование колебаний и т.д. [2, 3].

Существенный вклад в решение проблемы синтеза внесли работы Летова А.М. и Калмана Р.Э., что связано с формализмом Беллмана Р.Э. и Ляпунова А.М. [4, 5]. Одна из основных проблем в этом случае, как правило, заключается в выборе структуры и весовых коэффициентов оптимизирующих функционалов. Широкое применение также

* Работа выполнена по грантам РФФИ № 15-08-03798 А и № 15-38-20835 мол_а_вед.
** E-mail: kostoglotov@aaanet.ru, rh3311@mail.ru, smithaa@yandex.ru, aibolit_773@mail.ru
*** The research is done on RFFI grants nos. 15-08-03798 A and 15-38-20835 mol_a_ved.

находят метод приближенно – оптимального синтеза Кротова В.Ф. и функционала обобщенной работы Красовского А.А., но они не всегда обеспечивают требуемые показатели эффективности [5,6].

Одно из перспективных направлений развития теории управления состоит в использовании физических законов при построении процедур синтеза [6]. Конструктивные результаты из [7 - 15] получены с применением принципа Гамильтона – Остроградского, из которого следуют уравнения Лагранжа второго рода. Это позволяет учесть динамику действительного движения системы при построении расширенного функционала за счет включения в него интеграла действия.

В настоящей работе в отличие от [7 - 15] для решения задачи, которая заключается в разработке метода структурного синтеза терминальных управлений, предлагается использовать энергию ускорений для конструирования расширенного функционала. Применение к нему игольчатого варьирования Л.С. Понтрягина позволяет привести оптимизационную задачу к краевой, что не предполагает использования функции Беллмана [5, 16]. Достоверность полученных результатов подтверждается на основе математического моделирования при сравнении с терминальным управлением [2].

Постановка задачи. Согласно принципу Гаусса в каждый момент времени t динамическая система движется таким образом, что принуждению [17]

$$Z = \sum_{s=1}^{n} \frac{1}{2} m_s \left(\ddot{q}_s - \frac{Q_s}{m_s} \right)^2, s = \overline{1,n}, \tag{1}$$

соответствующие истинному пути ускорения $\ddot{q}_s$ доставляют минимум:

$$\delta Z = 0, \tag{2}$$

где m_s — масса материальной точки; q_s — координата материальной точки относительно неподвижной декартовой системы координат; Q_s — равнодействующая сил, приложенных к материальной точке; n — число степеней свободы динамической системы.

Двумя точками обозначена производная по времени. Из условия минимума функции (1) следуют уравнения в форме Аппеля [17, 18]:

$$\frac{\partial G}{\partial \ddot{q}_s} = Q_s, \ s = \overline{1,n}, \tag{3}$$

где G — функция Гиббса.

Пусть динамика исследуемой системы удовлетворяет (1) и, следовательно, описывается уравнениями (3).

Требуется найти допустимые силы $Q_s \in \overline{G}_Q$, переводящие систему (3) из заданного начального состояния $(q(t_0), \dot{q}(t_0))$ в заданное конечное $(q(t_1), \dot{q}(t_1))$, соответствующую им траекторию $(q, \dot{q}) \in R^2$, которые обеспечат минимум целевого функционала

$$J = \int_{t_0}^{t_1} F(q) dt \to min, \tag{4}$$

Где $F(q)$ знакопостоянная и непрерывная вместе с частными производными во всей области определения функция, а t_0, t_1 — соответственно время начала и окончания управляемого процесса.

Необходимое и достаточное условие минимума целевого функционала. Поиск необходимого и достаточного условия минимума целевого функционала (4) проводится методом неопределенных множителей Лагранжа. Это требует рассмотрения расширенного функционала, который учитывает особенности динамики системы в форме выражения (1):

$$J_1 = J + \int_{t_0}^{t_1} \lambda Z dt \to min, \tag{5}$$

где λ — неопределенный множитель Лагранжа.

Пусть произвольная обобщенная сила определяется выражением

$$Q_s = \hat{Q}_s + \delta Q_s, \tag{6}$$

где $\hat{Q}_s$ — доставляющая минимум целевому функционалу обобщенная сила, а $\delta Q_s = 0$ при $t \overline{\in} [\tau, \tau + \Delta t]$, $\tau \in (t_0, t_1)$ — заданная точка непрерывности функции $\hat{Q}_s$ $\Delta t \in [\tau, t_1]$ — заданный малый конечный интервал времени; $\Delta t \geq 0$.

Тогда необходимое условие минимума целевого функционала определяется неравенством

$$\Delta J_1 = [\lambda Z + F] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \sum_{s=1}^{n} \int_{t_0}^{t_1} [\lambda \delta Z + \delta' F] dt = [\lambda Z + F] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \sum_{s=1}^{n} \int_{t_0}^{t_1} \left[\lambda \left(\frac{\partial Z}{\partial \ddot{\hat{q}}_s} \delta \ddot{q}_s \right) + V_s \delta q_s \right] dt \geq 0, \tag{7}$$

где $V_s = \dfrac{\partial F}{\partial \hat{q}_s}$ — фиктивная обобщенная сила.

Соотношения на концах траектории являются условиями трансверсальности:

$$[\lambda Z + F] = 0, \tag{8}$$

если интервал $[t_1 - t_0]$ фиксирован, или

$$\Delta t = 0\,, \tag{9}$$

если интервал $[t_1 - t_0]$ не фиксирован.

При $t \in [t_0, \tau]$ $Q = \hat{Q}$, поэтому $\Delta J_1 = 0$.

При $t \in [\tau, \tau + \Delta t]$ $\Delta J_1 \neq 0$ и

$$\delta Z_{t\in[\tau,\tau+\Delta t]} = \frac{\partial \sum\limits_{s=1}^{n} \frac{1}{2} m_s \left(\ddot{q}_s - \frac{Q_s}{m_s} \right)^2}{\partial \ddot{q}_s} \delta \ddot{q}_s = \sum_{s=1}^{n} \left(m_s \ddot{q}_s - Q_s \right) \delta \ddot{q}_s\,. \tag{10}$$

При $t \in [\tau + \Delta t, t_1]$ $\Delta J_1 \neq 0$, но произвольная сила Q_s и доставляющая минимум (4) — $\hat{Q}_s$ совпадают, значит

$$\delta Z_{t\notin[\tau,\tau+\Delta t]} = \frac{\partial \sum\limits_{s=1}^{n} \frac{1}{2} m_s \left(\ddot{q}_s - \frac{\hat{Q}_s}{m_s} \right)^2}{\partial \ddot{q}_s} \delta \ddot{q}_s = \sum_{s=1}^{n} \left(m_s \ddot{q}_s - \hat{Q}_s \right) \delta \ddot{q}_s\,. \tag{11}$$

Приращение подынтегральной функции целевого функционала F вычисляется следующим образом:

$$\delta' F_{t\notin[\tau,\tau+\Delta t]} = \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial \hat{q}_s} \delta q_s = \sum_{s=1}^{n} \hat{V}_s \delta q_s\,. \tag{12}$$

Тогда условие (7) записывается так:

$$\Delta J_1 = \sum_{s=1}^{n} \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \left[V_s \delta q_s + \lambda \left(m_s \ddot{q}_s - Q_s \right) \delta \ddot{q}_s \right] dt + \sum_{s=1}^{n} \int_{\tau+\Delta t}^{t_1} \left[\lambda \left(m_s \ddot{q}_s - \hat{Q}_s \right) \delta \ddot{q}_s + \hat{V}_s \delta q_s \right] dt \geq 0\,. \tag{13}$$

Выберем теперь другие силы $Q_{\varepsilon s} \in \overline{G}_Q$, полученные по правилу (6). Приращение функционала будет иметь аналогичный (13) вид:

$$\Delta J_{1\varepsilon} = \sum_{s=1}^{n} \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \left[V_{\varepsilon s} \delta q_{\varepsilon s} + \lambda \left(m_s \ddot{q}_{\varepsilon s} - Q_{\varepsilon s} \right) \delta \ddot{q}_{\varepsilon s} \right] dt + \sum_{s=1}^{n} \int_{\tau+\Delta t}^{t_1} \left[\lambda \left(m_s \ddot{q}_{\varepsilon s} - \hat{Q}_s \right) \delta \ddot{q}_{\varepsilon s} + \hat{V}_s \delta q_{\varepsilon s} \right] dt\,. \tag{14}$$

В силу произвольности синхронных вариаций примем условие их стыковки [9]

$\delta q_s(t) = \delta q_{\varepsilon s}(t)$, при $t = \tau$. (15)

Для траекторий q_s и $q_{\varepsilon s}$, полученных для Q_s, $Q_{\varepsilon s}$, имеем:

$$\delta^2 J = \Delta J_{1\varepsilon} - \Delta J_1 = \sum_{s=1}^{n} \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \left[\left(V_{\varepsilon s} - V_s \right) \delta q_s + \lambda \left(m_s \left[\ddot{q}_{\varepsilon s} - \ddot{q}_s \right] - \left[Q_{\varepsilon s} - Q_s \right] \right) \delta \ddot{q}_{\varepsilon s} \right] dt + \sum_{s=1}^{n} \int_{\tau+\Delta t}^{t_1} \lambda m_s \left(\ddot{q}_{\varepsilon s} - \ddot{q}_s \right) \delta \ddot{q}_s dt\,. \tag{16}$$

Положим теперь, что произвольная обобщенная сила Q_s доставляет минимум целевому функционалу. Тогда при $\lambda > 0$ $\lambda m_s \left(\ddot{q}_{\varepsilon s} - \ddot{q}_s \right) \delta \ddot{q}_s = \lambda m_s \delta \ddot{q}_s^2 \geq 0$. Поэтому необходимое и достаточное условие минимума целевого функционала $\delta^2 J \geq 0$ выполняется когда

$$\sum_{s=1}^{n} \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \left[\left(V_{\varepsilon s} - V_s \right) \delta q_s + \lambda \left(Q_{\varepsilon s} - Q_s \right) \delta \ddot{q}_{\varepsilon s} \right] dt \geq 0\,. \tag{17}$$

Поскольку в соответствии с принципом Гаусса траектории и скорости не варьируются, то интегрирование по частям приводит к следующему выражению

$$\sum_{s=1}^{n} \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \left[\frac{d^2 \hat{Q}_s}{dt^2} - \lambda^{-1} \hat{V}_s \right] \delta q_s dt \geq \sum_{s=1}^{n} \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \left[\frac{d^2 Q_s}{dt^2} - \lambda^{-1} V_s \right] \delta q_s dt\,. \tag{18}$$

Значит

$$\sum_{s=1}^{n}\frac{d^2(Q_s)}{dt^2}=\lambda^{-1}\sum_{s=1}^{n}\hat{V}_s,$$
$$t=\tau,\ \hat{q}_s=\hat{q}_s(\tau),\ \dot{\hat{q}}_s=\dot{\hat{q}}_s(\tau),$$
$$t=\tau+\Delta t,\ \hat{q}_s=\hat{q}_s(\tau+\Delta t),\ \dot{\hat{q}}_s=\dot{\hat{q}}_s(\tau+\Delta t). \quad (19)$$

Развертывание этого уравнения целесообразно производить для конкретных случаев задач структурного синтеза.

Структурный синтез терминальной системы управления. Пусть $n=1$ и функция Гиббса имеет вид

$$G=\frac{1}{2}\ddot{q}^2, \quad (20)$$

тогда уравнения Аппеля записываются в следующей форме:

$$\ddot{q}=U,$$
$$t_0=0, q(t_0)=-1,\ \dot{q}(t_0)=0, \quad (21)$$

где U — управляющие силы.

Требуется синтезировать в аналитическом виде закон оптимального управления динамической системой (21), переводящий ее из начального состояния в состояние покоя из условия минимума целевого функционала:

$$J=\int_0^{t_1}dt\to min; \quad (22)$$

пусть $t_1=2{,}4$ с.

В соответствии с (19) и (22)

$$q^{IV}=0. \quad (23)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$q=\frac{At^3}{6}+\frac{Bt^2}{2}+Ct+D;\dot{q}=\frac{At^2}{2}+Bt+C;U=At+B. \quad (24)$$

Постоянные интегрирования определяются из краевых условий:

$$A=-t_1^{-3}\left[12\left(q(t_1)-q(0)-\dot{q}(0)t_1\right)-6t_1\left(\dot{q}(t_1)-\dot{q}(0)\right)\right];$$
$$B=t_1^{-2}\left[6\left(q(t_1)-q(0)-\dot{q}(0)t_1\right)-2t_1\left(\dot{q}(t_1)-\dot{q}(0)\right)\right];$$
$$C=\dot{q}(0);\ D=q(0). \quad (25)$$

Исключение времени t_1 из (24) позволяет получить структуру закона управления как функции обобщенных координат

$$U=\frac{6A^2(q-D)+\left(6ABC-2B^3\right)}{2A(\dot{q}-C)-\left(2B^2-6AC\right)}. \quad (26)$$

Оценка эффективности предлагаемого решения проводится на основе сравнения с законом «мягкого» терминального управления [2]

$$U=\frac{12\left(q(t_1)-q(t)\right)}{(t_1-t)^2}-\frac{6\dot{q}(t_1)-6\dot{q}(t)}{t_1-t}. \quad (27)$$

Такое решение имеет особенность в конечный момент времени. В результате при приближении к конечному состоянию системы наблюдается эффект резкого увеличения равнодействующей сил Q. Данное обстоятельство хорошо изучено и для борьбы с ним разработаны различные приемы устранения такой особенности [2, 19].

Результаты математического моделирования приведены на рисунках 1, 2. Здесь сплошной линией обозначены кривые, полученные с использованием (26), а пунктирной на основе (27).

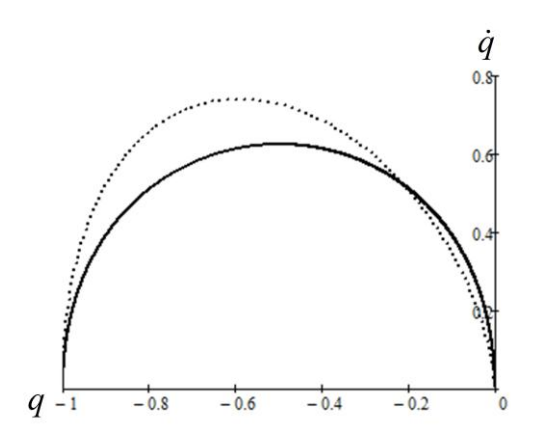


Рис. 1. Фазовый портрет

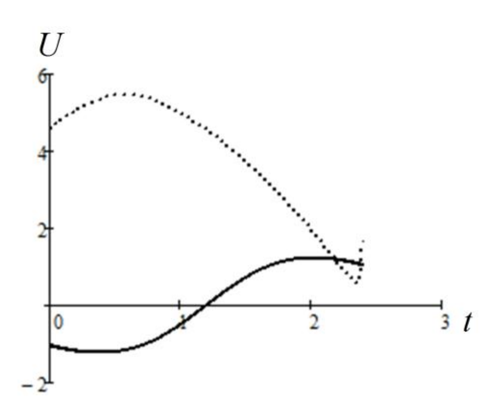


Рис. 2. Управляющие силы

Выводы. Получено новое необходимое и достаточное условие минимума целевого функционала, которое позволяет сводить задачу оптимального управления к краевой задаче для Аппелевой динамической системы. Его использование в случае линейной системы приводит к точному аналитическому решению. Это дает возможность выбора параметров регулирующего устройства. Результаты математического моделирования позволяют утверждать, что метод структурного синтеза терминальных управлений обеспечивает безударный режим изменения состояния динамической системы с минимальным объемом энергетических затрат в сравнении с решением из [2].

Библиографический список

1. Бойчук, Л. М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления / Л. М. Бойчук. — Москва : Энергия, 1971. — 112 с.

2. Разоренов, Г. Н. Метод синтеза законов «мягкого» и «сверхмягкого» управления конечным состоянием динамических систем / Г. Н. Разоренов // Изв. РАН. Теория и системы управления. — 2013. — № 1. — С. 3–17.

3. Карнаухов, Н. Ф. Демпфирование колебаний захватного устройства промышленного робота в режиме двухтактного динамического торможения асинхронного двигателя при частотном управлении / Н. Ф. Карнаухов, М. Н. Филимонов, Ю. В. Пудова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2009. — Т. 9, № 2. — С. 308–321.

4. Isidori, A. Nonlinear Control Systems / A. Isidori. — New York: Spinger — Verlag, 1999. — 297 p.

5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. — Москва : Наука, 1987. — 712 с.

6. Новые концепции общей теории управления : сборник научных трудов / Под ред. А. А. Красовского. — Москва-Таганрог : ТРТУ, 1995. — 183 с.

7. Kostoglotov, A. A. Joint Maximum Principle in the Problem of Synthesizing an Optimal Control of Nonlinear Systems / A. A. Kostoglotov, A. I. Kostoglotov, S. V. Lazarenko // Automatic Control and Computer Sciences. — 2007. — No 5. — Pp. 274–281.

8. Костоглотов, А. А. Синтез оптимальных по быстродействию систем на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко // Информационно-измерительные и управляющие системы. — 2007. — №12. — С. 34–40.

9. Kostoglotov, A. A. The Combined-Maximum Principle in Problems of Estimating the Motion Parameters of a Maneuvering Aircraft / A. A. Kostoglotov, A. I. Kostoglotov, S. V. Lazarenko // Journal of Communications Technology and Electronics. — 2009. — Vol. 54, No 4. — Pp. 431–438.

10. Синтез оптимального управления на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглотов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Северо — Кавказский регион. Технические науки. — 2010. — №2. — С. 31–37.

11. Синтез алгоритма автономного управления математическим маятником на основе объединенного принципа максимума / Д. С. Андрашитов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Северо - Кавказский регион. Технические науки. — 2010. — №3. — С. 9–14.

12. Костоглотов А. А. Объединенный принцип максимума в информационных технологиях анализа и синтеза / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко. — Ростов-на-Дону : РАСЮРГУЭС, 2010. — 165 с.

13. Многопараметрическая идентификация конструктивных параметров методом объединенного принципа максимума [Электронный ресурс] / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко // Инженерный вестник Дона. — 2011. — №1. — Режим доступа: http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2011/348 (дата обращения : 14.07.15 г).

14. Костоглотов, А. А. Метод структурно-параметрической идентификации Лагранжевых динамических систем в задачах обработки измерительной информации / А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко // Измерительная техника. — 2014. — №2. — С. 32–36.

15. Универсальный метод синтеза оптимальных управлений нелинейными динамическими системами [Электронный ресурс] / Д. С. Андрашитов [и др.] // Инженерный вестник Дона. — 2014. — №1 — Режим доступа : http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n1y2014/2251 (дата обращения : 14.07.15).

16. Мартыненко, Ю. Г. Управление движением мобильных колесных роботов / Ю. Г. Мартыненко // Фундаментальная и прикладная математика. — 2005. — Т. 11, № 8. — С. 29–80.

17. Новоселов, В. С. Вариационные методы в механике / В. С. Новоселов. — Санкт-Петербург: Изд-во Ленинградского университета, 1966. — 73 с.

18. Лурье, А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. — Москва : ГИФМЛ, 1961. — 824 с.

19. Батенко, А. П. Управление конечным состоянием движущихся объектов / А. П. Батенко. — Москва : Сов. радио, 1977. — 256 с.

References

1. Boychuk, L.M. Metod strukturnogo sinteza nelineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya. [Method of structural synthesis of nonlinear systems of automatic control.] Moscow: Energiya, 1971, 112 p. (in Russian).

2. Razorenov, G.N. Metod sinteza zakonov «myagkogo» i «sverkhmyagkogo» upravleniya konechnym sostoyaniem dinamicheskikh system. [A method for synthesis of “soft” and “super-soft” control laws for final states of dynamic systems.] Journal of Computer and Systems Sciences International, 2013, no. 1, pp. 3–17 (in Russian).

3. Karnaukhov, N.F., Filimonov, M.N., Pudova, Y.V. Dempfirovanie kolebaniy zakhvatnogo ustroystva promyshlennogo robota v rezhime dvukhtaktnogo dinamicheskogo tormozheniya asinkhronnogo dvigatelya pri chastotnom upravlenii. [Damping of the vibrations of a gripping device of an industrial robot in a regime of a two currents dynamic slowdown of an asynchronous motor with frequency control.] Vestnik of DSTU, 2009, vol. 9, no. 2, pp. 308–321 (in Russian).

4. Isidori, A. Nonlinear Control Systems. New York: Spinger — Verlag, 1999, 297 p.

5. Krasovskiy, A.A., ed. Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya. [Reference book on automatic control theory.] Moscow: Nauka, 1987, 712 p. (in Russian).

6. Krasovskiy, A.A., ed. Novye kontseptsii obshchey teorii upravleniya: cbornik nauchnykh trudov. [New concepts of general control theory: Coll. of Sci. Papers.] Moscow -Taganrog: TRTU, 1995, 183 p. (in Russian).

7. Kostoglotov, A.A., Kostoglotov, A.I., Lazarenko, S.V. Joint Maximum Principle in the Problem of Synthesizing an Optimal Control of Nonlinear Systems. Automatic Control and Computer Sciences, 2007, vol. 41, no 5, pp. 274–281.

8. Kostoglotov, A.A., Kostoglotov, A.I., Lazarenko, S.V. Sintez optimal'nykh po bystrodeystviyu sistem na osnove ob"edinennogo printsipa maksimuma. [Synthesis of time optimal systems based on the combined maximum principle.] Information-measuring and Control Systems, 2007, no. 12, pp. 34–40 (in Russian).

9. Kostoglotov, A.A., Kostoglotov, A.I., Lazarenko, S.V. The Combined-Maximum Principle in Problems of Estimating the Motion Parameters of a Maneuvering Aircraft. Journal of Communications Technology and Electronics, 2009, vol. 54, no. 4, pp. 431–438.

10. Kostoglotov, A.A., et al. Sintez optimal'nogo upravleniya na osnove ob"edinennogo printsipa maksimuma. [Synthesis of optimal control based on the combined maximum principle.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series. 2010, no. 2, pp. 31–37 (in Russian).

11. Andrashitov, D.S., et al. Sintez algoritma avtonomnogo upravleniya matematicheskim mayatnikom na osnove ob"edinennogo printsipa maksimuma. [Synthesis of autonomous control algorithm of mathematical pendulum based on the combined maximum principle.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series. 2010, no. 3, pp. 9–14 (in Russian).

12. Kostoglotov, A.A., Kostoglotov, A.I., Lazarenko, S.V. Ob"edinennyy printsip maksimuma v informatsionnykh tekhnologiyakh analiza i sinteza. [Combined maximum principle in information analysis and synthesis technologies.] Rostov-on-Don: RASYuRGUES, 2010, 165 p. (in Russian).

13. Kostoglotov, A.A., Kostoglotov, A.I., Lazarenko, S.V. Mnogoparametricheskaya identifikatsiya konstruktivnykh parametrov metodom ob"edinennogo printsipa maksimuma. [Multivariate identification of design parameters by the combined maximum principle.] Engineering Journal of Don, 2011, no.1. Available at: http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2011/348 (accessed: 14.07.15) (in Russian).

14. Kostoglotov, A.A., Lazarenko, S.V. Metod strukturno-parametricheskoy identifikatsii Lagranzhevykh dinamicheskikh sistem v zadachakh obrabotki izmeritel'noy informatsii. [Structural-parametric method of Lagrange dynamical systems identification in problems of measurement information processing.] Measurement Technique, 2014, no. 2, pp. 32–36 (in Russian).

15. Andrashitov, D.S., et al. Universal'nyy metod sinteza optimal'nykh upravleniy nelineynymi dinamicheskimi sistemami. [Universal method for the optimal control synthesis of nonlinear dynamical systems.] Engineering Journal of Don, 2014, no.1. Available at: http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n1y2014/2251 (accessed: 14.07.15) (in Russian).

16. Martynenko, Yu.G. Upravlenie dvizheniem mobil'nykh kolesnykh robotov. [Motion control of mobile wheeled robots.] Journal of Mathematical Sciences, 2005, vol. 11, no. 8, pp. 29–80 (in Russian).

17. Novoselov, V.S. Variatsionnye metody v mekhanike. [Variational methods in mechanics.] St. Petersburg: Izd-vo Leningradskogo universiteta, 1966, 73 p. (in Russian).

18. Lurye, A.I. Analiticheskaya mekhanika. [Analytic Mechanics.] Moscow: GIFML, 1961, 824 p. (in Russian).

19. Batenko, A.P. Upravlenie konechnym sostoyaniem dvizhushchikhsya ob"ektov. [Terminal control of moving objects.] Moscow: Sov. radio, 1977, 256 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 31.07.2015
Сдана в редакцию 10.08.2015
Запланирована в номер 24.09.2015